

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4.

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Векторный и тензорный анализ

для направления подготовки

12.03.01 Приборостроение

Образовательная программа:

Приборы и методы контроля качества и диагностики

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Векторный и тензорный анализ» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков предусмотренных в рамках данного курса;
- контроль и оценка степени освоения компетенций предусмотренных в рамках данного курса;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данного курса.

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине “Векторный и тензорный анализ”, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП <i>Содержание компетенций*</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З - 1 Знать: базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У - 1 Уметь: выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат В - 1 Владеть: математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общезначимых законов и принципов

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ООП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Место дисциплины и соответствующий этап формирования компетенций в целостном процессе подготовки по образовательной программе можно определить по матрице компетенций, которая приводится в приложении.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;

- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;

- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см.п. 4 рабочей программы дисциплины).

1.3. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине Математический анализ

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 3 семестр			
№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	Интегралы, зависящие от параметра	ОПК-1 (знать, уметь)	Контрольная работа 1, экзамен
2.	Кратные интегралы.	УК-1, УК-2 (знать, уметь)	Контрольная работа 1, экзамен
3.	Криволинейные и поверхностные интегралы	УК-1, УК-2 (знать, уметь)	Контрольная работа 2, экзамен
4.	Элементы векторного анализа.	ОПК-1 (знать, уметь)	Контрольная работа 2, экзамен
5,6.	Функции комплексного переменного.	УК-1, УК-2 (знать, уметь)	Контрольная работа 2, Экзамен

7.	Операционное исчисление.	ОПК-1 (знать, уметь)	Экзамен
Промежуточный контроль, 3 семестр			
	экзамен	ОПК-1, УК-1, УК-2 (знать, уметь, владеть)	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает низжестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает низжестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			75-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-74	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно /Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Не зачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (КТ № 1) и контрольная точка № 2 (КТ № 2).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы Оценочное средство	Балл	
		Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	18	30

	Контрольная работа №1	18	30
	Контрольная точка № 2	18	30
	Контрольная работа 2	9	14
	Контрольная работа 3	9	16
Промежуточный	Экзамен	24	40
	Вопрос №1	5	10
	Вопрос №2	5	10
	Задача	7	10
	Задача	7	10
ИТОГО по дисциплине		60	100

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

12.03.01 «Приборостроение»

Профиль

«Приборы и методы контроля качества и диагностики»

Дисциплина

Векторный и тензорный анализ

Экзаменационный билет № 1

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.

2.. Пользуясь подходящей заменой координат, вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$ по области D, заданной неравенствами: $1 \leq xy \leq 4$, $\frac{1}{4}y \leq x \leq y$.

3. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя)

$$\vec{a} = (x^2 + xy)\vec{i} + (y^2 + yz)\vec{j} + (z^2 + xz)\vec{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$$

4. Найти конечные особые точки, определить их тип и найти вычеты $f(z) = \frac{tg(z-1)}{z^2-1}$.

Составитель _____ М.В. Калашник
(подпись)

Начальник ОЯФиТ _____ Д.С. Самохин
(подпись)

«___» _____ 20__ г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Направление

12.03.01 «Приборостроение»

Профиль

«Приборы и методы контроля качества и диагностики»

Дисциплина

Векторный и тензорный анализ

Экзаменационный билет № 2

- 1. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.**
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_D (1 + 2x^2) dx dy dz$ по области D , ограниченной поверхностями $y = 9x, y = 0, x = 1, z = \sqrt{xy}$ и $z = 0$.
3. Найти поток векторного поля a через часть плоскости P , расположенную в 1 октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).
 $a = (27\pi - 1)xi + (34\pi y + 3)j + 20\pi zk$, $P: 3x + \frac{y}{9} + z = 1$.
4. Вычислить интеграл: $\oint_{|z-1-i|=1,25} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$.

Составитель

_____ М.В. Калашник

(подпись)

Начальник ОЯФиТ

_____ Д.С. Самохин

(подпись)

« ____ » _____ 20 ____ г.

Вопросы к экзамену

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость, признаки равномерной сходимости. Примеры.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости. Примеры.
4. Эйлеровы интегралы: гамма-функция и ее свойства. Примеры.
5. Эйлеровы интегралы: бета-функция и ее свойства. Два вида записи бета-функции. Вычисление интеграла $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \cos^m x dx$.
6. Интеграл Фурье. Теоремы о представимости функции интегралом Фурье. Примеры.
7. Преобразование Фурье (прямое, обратное, косинус- и синус-преобразование).
8. Определение и свойства кратных интегралов: разбиения, интегральная сумма, интеграл Римана, свойства интегралов). Условия интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Двойные интегралы: сведение двойного интеграла к повторному по прямоугольнику и по элементарной области. Сведение тройного интеграла к повторному по элементарной области.
10. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Формулы замены переменных при переходе к полярной, цилиндрической и сферической системам координат. Приложения кратных интегралов.
11. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, свойства, теорема о вычислении с помощью определенного интеграла.
12. Криволинейные интегралы 1-го рода: формулы вычисления для случая плоской кривой (разные способы задания кривой), приложения. Примеры.
13. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, свойства. Теорема о вычислении с помощью определенного интеграла и теорема о связи криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
14. Потенциальные векторные поля. Потенциальность поля и эквивалентные утверждения о криволинейных интегралах 2-го рода.
15. Площадь поверхности: определение, вычисление с помощью двойного интеграла (для параметрического и явного задания).
16. Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение, свойства и вычисление с помощью двойного интеграла.
17. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы 2-го рода и их свойства; вычисление с помощью двойного интеграла.
18. Формула Грина и ее следствие (вычисление площади). Условие

потенциальности плоских векторных полей.

19. Дивергенция. Формула Остроградского и ее следствие.

20. Ротор. Формула Стокса. Условие потенциальности векторных полей в пространстве.

21. Элементы теории поля: оператор ∇ , правила действия с ним, запись известных операций над полями с помощью ∇ .

22. Поток поля, дивергенция, соленоидальные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки.

23. Производная функции комплексного переменного. Теорема о дифференцируемости функции комплексного переменного, условия Коши-Римана. Аналитичность функции комплексного переменного в точке и в области. Примеры.

24. Гармонические функции, сопряженные гармонические функции. Задача о восстановлении аналитической функции по известной действительной (или мнимой) части.

25. Интеграл от функции комплексного переменного: определение, связь с криволинейными интегралами, свойства, примеры. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Примеры.

26. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Теорема о существовании первообразной для аналитической функции. Формула Ньютона-Лейбница. Примеры.

27. Интегральная формула Коши для функции и для производной. Примеры.

28. Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Тейлора. Утверждение о радиусе сходимости ряда Тейлора. Разложения элементарных функций.

29. Ряд Лорана (определение, область сходимости). Теорема Лорана о разложении аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Примеры.

30. Изолированные особые точки однозначного характера (определения, классификация, примеры) и связь с разложением в ряд Лорана в окрестности точки.

31. Вычет функции в конечной и бесконечной особой точке. Вычисление вычета во всех типах изолированных особых точек.

32. Основная теорема Коши о вычетах и ее следствие – теорема Коши о полной сумме вычетов в расширенной комплексной плоскости. Примеры вычисления контурных интегралов.

33. Применение вычетов к вычислению определенных и несобственных интегралов: $\int_0^{2\pi} R(\cos \varphi, \sin \varphi) d\varphi, \int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx$.

34. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Теорема об аналитичности изображения.

35. Свойства преобразования Лапласа: свойство линейности, теоремы подобия, запаздывания, смещения.

36. Теоремы дифференцирования и интегрирования оригинала и изображения. Изображение свертки функций.

37. Теоремы о восстановлении оригинала по заданному изображению: теорема обращения, теорема разложения изображения.

38. Применение операционного исчисления к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Интеграл Дюамеля и его применение к решению дифференциальных уравнений.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

в) описание шкалы оценивания:

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно	Студент должен:

25-29	- продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 24 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Тема: Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью гамма-функции $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-2x^2} dx$.

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 3|x|$, $|x| \leq 1$ и $f(x) = 0$, $|x| > 1$

3. Изменить порядок интегрирования $\int_{-4}^0 dx \int_{-\sqrt{4+x}}^{4+x} f(x, y) dy$

4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = 2$ с плотностью $\mu(x, y) = 2 - y$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 1$, $z = 2 - x^2 - y^2$, $z = 0$.

6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V z dx dy dz$,

$$V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 32, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}.$$

. Вариант 2.

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{(1+x^3)^2} dx$

2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = x$, $|x| \leq 3$ и $f(x) = 0$, $|x| > 3$.

3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^2 dx \int_{0,25x^2}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$

4. Вычислить площадь фигуры $D: \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, y \leq \frac{1}{2}x, y \geq 0$

5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x = y^2$, $x + z = 4$, $z = 0$.

6. .Вычислить интеграл с помощью перехода к сферическим координатам

$$\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0, y \geq 0.$$

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^9 x^2 \cdot \sqrt{9-x} dx$.
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = 1 - |x|, |x| \leq 1$ и $f(x) = 0, |x| > 1$
3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^3 dy \int_{(16y)/3}^{25-y^2} f(x, y) dx$
4. Вычислить массу неоднородной пластины D, ограниченной кривыми $x + y = 1, x + 2y + 2 = 0, x = 0$ с плотностью $\mu(x, y) = x^2$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y = x, y = -x, y = 1, z^2 = 1 - y, z = 0 (z \geq 0)$.
6. Вычислить интеграл с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{1-x^2-y^2}}, V: z \leq 1-x^2-y^2, z \geq 0$.

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью бета-функции $\int_0^{\pi/4} \sqrt[4]{\tan 2x} dx$.
2. Представить интегралом Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} 2, & 1 \leq x \leq 4, \\ 0, & x < 1; x > 4. \end{cases}$
3. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_x^{x^2+1} f(x, y) dy$
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = 4 - y^2, y = x + 2, y = -2$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \sqrt{3}z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
6. Вычислить с помощью перехода к цилиндрическим координатам $\iiint_V (z - 2) dx dy dz, \partial V: z = 6(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 3, z = 0$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов (получено не менее 18 баллов).

в) описание шкалы оценивания:

Контрольная работа 1 по теме “Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы ” оценивается в 30 баллов: задачи 1, 2, 4 оцениваются в 4 балла, а остальные – в 6 баллов.

6.23. Наименование оценочного средства Контрольная работа 2

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Тема: Криволинейные и поверхностные интегралы. Функции комплексного переменного.

Вариант 1.

1. Вычислить интеграл $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, z = 3t$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (2 + y - 7x + 9z) ds$, где S – часть плоскости $2x - y - 2z = -2$, отсекаемая координатными плоскостями.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (x^2 + y^2) z dx dy$, где S – внешняя сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = zy^2 \vec{i} - 2xy \vec{j} + z \vec{k}$, $L: x = \cos t, y = \sin t, z = 3$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = 2x \vec{i} + z \vec{k}$, $S: z = 3x^2 + 2y^2 + 1; x^2 + y^2 = 4; z = 0$.
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int_{AB} (z^2 - z) dz$, $AB: |z| = 2, \operatorname{Im} z \leq 0$ от $z_A = -2$ до $z_B = 2$.
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$.

Вариант 2

1. Вычислить интеграл $\int_L ye^x dl$, где $L: x^2 + y^2 = 4x$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (6x + y + 4z) ds$, где S – часть плоскости $3x + 3y + z = 3$, отсекаемая координатными плоскостями.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S (2y^2 - z) dx dy$, где S – часть поверхности $z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 2$ (вектор нормали образует тупой угол с положительным направлением оси OZ).

4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = 3y\vec{i} - 2x\vec{j} + x\vec{k}$, $L: x = 3\cos t, y = 3\sin t, z = 3 - 3\cos t - 3\sin t$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4; x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz$, AB - отрезок прямой, $z_A = 0, z_B = 2 + 2i$.
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\oint_{|z|=1} \frac{(\cos z^2 - 1)dz}{z^3}$

Вариант 3.

1. Вычислить интеграл $\int_L (xy + x^2) dl$, где L - отрезок прямой от точки $A(1,3)$ до точки $B(-2,5)$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S (2x + 5y - z) ds$, где S - часть плоскости $x + 2y + z = 2$, отсекаемая координатными плоскостями.
3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S 3x^2 dydz - y^2 dx dz - z dx dy$, где S - часть параболоида $1 - z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 0$ (вектор нормали образует острый угол с положительным направлением оси OZ).
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = -x^2 y^3 \vec{i} + 4\vec{j} + x\vec{k}$, $L: x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = 4$
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (e^y + 2x)\vec{i} + (xz - y)\vec{j} + \frac{1}{4}(e^{xy} - z)\vec{k}$, $S: x^2 + y^2 + z^2 = 2y + 3$.
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int_{AB} \operatorname{Re}(z + z^2) dz$, $AB = \{(x, y): y = x^2, 0 \leq x \leq 1\}$
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$,

Вариант 4.

1. Вычислить интеграл $\int_L (2x + y^2) dl$, где $L: x^2 + y^2 = 1$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S xyz ds$, где S - часть поверхности $z = x^2 + y^2$, отсекаемая плоскостью $z = 16$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S xdydz + z^3 dx dy$, где S - внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, отсекаемая плоскостью $z = 0 (z \geq 0)$.
4. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ вдоль контура L (в направлении возрастания параметра t), если $\vec{a} = z\vec{i} + y^2\vec{j} - x\vec{k}$, $L: x = \sqrt{2} \cos t, y = 2 \sin t, z = \sqrt{2} \cos t$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя), если $\vec{a} = (yz - 2x^2)\vec{i} + (\sin x + y)\vec{j} + (x - 2z)\vec{k}$, $S: x + 2y - 3z = 6, x = 0, y = 0, z = 0$.
6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой $\int_{AB} \operatorname{Im} z dz$, $AB = \{(x, y): y = 2x^2, 0 \leq x \leq 1\}$
7. Вычислить интеграл, используя теорию вычетов $\int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - x + 2)dx}{x^4 + 10x^2 + 9}$

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. М.: Физматлит, 2006, ч.2. – 140экз.
2. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функции комплексного переменного. М., Наука, 1999.-135экз.
3. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие/ Г.Н. Берман. -22-е изд., перераб. -СПб.: Профессия, 2007.-432 с. 250 экз.
4. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике. СПб.: «Лань», 2005г-400экз.
5. Чудесенко В.Ф. сборник заданий по специальным курсам высшей математики. СПб: «Лань», 2005г- 400 экз.
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2006, т.2. -70экз
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: АСТ Астрель, 2007 г. – 300экз. - 13-е изд., испр. - М. : Сервисная компания, 2014. - 624 с. – 50 экз.
8. Сборник задач по теории функции комплексного переменного. Под ред. проф. А. П. Буланова. Обнинск, ИАТЭ, 2005. -300 экз.
9. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. М: Наука, 2002-50экз.
10. Привалов И. И.. Введение в теорию функции комплексного переменного. М., Высш. Школа, 1999.-55экз.

б) дополнительная учебная литература:

1. Сборник задач по математическому анализу в 3 т.Т.2. Кудрявцев Л.В., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И., ФИЗМАТЛИТ, 2010.
2. Зорич В.А. Математический анализ.Т.2.М., МЦНМ0,2012
3. Нестеров А.В, Юрченко А. М. Конспект лекций по курсу "Теория функций комплексного переменного". Учебное пособие для студентов второго курса. Обнинск, 1998.-50экз.
4. Краснов М. Л, Киселев А. И., Макаренко Г. И.. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. М., Наука, 1981-20 экз.

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>. EqWorld - мир математических уравнений. Учебно-образовательная физико- математическая библиотека.

2. <http://mathhelpplanet.com/> Математический форум Math Help Planet

3. <http://www.iqlib.ru/> Электронная библиотека IQLb образовательных и просветительских изданий. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям.

4. http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlk&cid=2720 – Федеральный портал российского профессионального образования: Математика и естественно-научное образование.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины Лекции.

При изучении дисциплины необходимо конспектировать лекции, кратко записывая основные определения, формулировки теорем и основные пункты их доказательств. Для понимания материала лекций и его качественного усвоения рекомендуется за день до следующей лекции прочитать и повторить материал по конспекту. В случае возникших вопросов изучить теоретический материал по учебнику либо получить консультацию у преподавателя. Желательно дополнительно прочитывать материал по рекомендованным учебникам.

Практические занятия.

При подготовке к практическим занятиям надо прочитать теоретический материал по теме и просмотреть материалы предыдущего семинара и только потом приступать к выполнению домашнего задания. На практических занятиях активно участвовать в работе группы, в случае невыполнения отдельных заданий задавать вопросы преподавателю.

Контрольная работа.

При подготовке к контрольной необходимо повторить теоретический материал по лекциям и учебникам, просмотреть типичные задачи по теме, которые решались на занятиях и в домашних заданиях, решить несколько задач по теме из сборника индивидуальных заданий (Кузнецов[4]).

Экзамен.

При подготовке к экзамену необходимо изучить теоретический материал, который выносится на экзамен, по конспекту лекций. Для лучшего понимания или в случае возникновения вопросов обратиться к рекомендуемым учебникам или Интернет-ресурсам. На консультациях активно выяснять возникшие вопросы. Экзамен является итоговой аттестацией по предмету за семестр, поэтому он требует систематизации всего лекционного и практического материала. Совершенно необходимо для подготовки к экзамену вдумчиво и внимательно выполнить индивидуальное домашнее задание.

Задачи по типу этого задания часто встречаются на экзамене. Для успешной сдачи экзамена требуется систематическая работа в семестре, активная самостоятельная работа с учебниками или Интернет-ресурсами.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы.

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>. EqWorld - мир математических уравнений. Учебно-образовательная физико- математическая библиотека.
2. <http://mathhelpplanet.com/> Математический форум Math Help Planet
3. <http://www.iqlib.ru/> Электронная библиотека IQLb образовательных и просветительских изданий. Свободный доступ к электронным учебникам, справочным и учебным пособиям.
4. http://www.edu.ru/modules/php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=viewlk&cid=2720 – Федеральный портал российского профессионального образования: Математика и естественно-научное образование.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для преподавания дисциплины "Векторный и тензорный анализ" необходимы учебные аудитории для чтения лекций и практических занятий, оборудованные доской и мелом.

12. Иные сведения и (или) материалы

Дисциплины «Математический анализ» и "Векторный и тензорный анализ" являются одними из основных фундаментальных учебных дисциплин; они обеспечивают подготовку специалистов к успешному освоению дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов.

Цели освоения дисциплины "Векторный и тензорный анализ".

Целями изучения дисциплины "Векторный и тензорный анализ" являются формирование у специалиста следующих результатов обучения:

- теоретическая подготовка и получение практических навыков по высшей математике для успешного усвоения фундаментальных, общетехнических и специальных дисциплин учебного плана, а также для возможности изучения специальной литературы, в случае необходимости самостоятельного углубления математических знаний после окончания ВУЗа.

- развитие логического мышления студентов, привить потребность теоретического обоснования различных явлений.
- формирование компетенции ОПК-2.

В ходе изучения дисциплины "Векторный и тензорный анализ" решаются следующие задачи:

1. Создание у студентов достаточно широкой подготовки в области математики и воспитание достаточно высокой математической культуры.
2. Сформировать у специалистов навыки использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.
3. Привитие навыков самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.
4. Формирование компетенции ОПК-2 (знать, уметь, владеть)

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Лекции.

Практические занятия.

Контрольные работы.

Индивидуальные задания.

Самостоятельная работа студентов.

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

Тема: Операционное исчисление (Решение дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа)

. Вопросы:

1. Нахождения изображения по оригиналу, используя таблицу изображений и свойства оригиналов и изображений.
2. Методы нахождения оригинала по заданному изображению
3. Метод решения дифференциального уравнения, основанный на формуле Дюамеля.

Задания для самопроверки по теме: раздел 1 "Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление" ([5], Чудесенко В.Ф.), задачи 21-24, 26.

Вопросы и типовые задания для самопроверки по курсу

1. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_V (x+y) dx dy dz; V: z=10x, x+y=1, x=0, y=0, z=0.$$

3. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad z \leq -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \quad y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}.$$

4. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = (x^3 + xy^2)\vec{i} + (y^3 + x^2y)\vec{j} + z^2\vec{k},$$

$$S: x^2 + y^2 = 16, P_1: z = -1, P_2: z = 2.$$

5. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть плоскости P , расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz) $\vec{a} = xi + yj + zk, \quad P: x + y + z = 1.$

6. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = yzi + 2xzj + xyk$ вдоль контура Γ

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25, \\ x^2 + y^2 = 9(z > 0). \end{cases}$$

7. Найти работу силы $\vec{F} = (x+2y)\vec{i} + (y+2x)\vec{j}$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN . $M(-4,0), N(0,2).$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями

$$x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 10x + y^2 = 0, y = 0, y = \sqrt{3}x.$$

9. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V x dx dy dz; V: y = x, y = 0, x = 1, z = x^2 + y^2, z = 0.$

10. Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = 2\sqrt{2}y, z = x^2 + y^2 - 4, z = 0(z \geq 0).$$

11. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через часть поверхности S , вырезаемую плоскостями P_1, P_2 (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями).

$$\vec{a} = (x-y)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + z^2\vec{k}, S: x^2 + y^2 = 4, P_1: z = -2, P_2: z = 2.$$

12. Найти поток векторного поля $\vec{a}$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$\vec{a} = (5x-6)\vec{i} + (11x^2+2y)\vec{j} + (x^2-4z)\vec{k}, S: \begin{cases} x+y+2z=2, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$$

13. Найти работу силы $F = xi + yj$ при перемещении вдоль прямолинейного отрезка MN .
 $M(4,0), N(0,-2)$.

14. Найти циркуляцию векторного поля $a = yi - xj + zk$, вдоль контура

$$\Gamma: \begin{cases} x = \cos t, y = \sin t, \\ z = 3. \end{cases}$$

15. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой
 $\int_L (2z+1)dz, \quad L: y = x^3, z_A = 0, z_B = 1+i$.

16.. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + n}{(7+i)^{2n}} z^n$.

17. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 10z + 24}$ в кольце

$$4 < |z| < 6.$$

18. Доказать, что функция $u(x) = e^{-y} \cos x$ может быть вещественной частью аналитической функции и восстановить эту функцию.

19.. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по заданной кривой
 $\int_{AB} (\operatorname{Im} z^2) |z| dz, \quad AB: |z| = 4, \quad \operatorname{Im} z \geq 0$.

20. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4-i)^{3n}}{6^n} z^n$.

21. Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $w = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}$ в кольце $1 < |z| < 4$.

22. Вычислить интеграл: $\oint_{|z-1-i|=1,25} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$.

23. Вычислить интеграл: $\oint_{|z|=3} \frac{(e^z + 1)dz}{z}$.

24. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{13 - 12 \cos t}$.

25. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4 + 1)^2}$.

26. Решите систему $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y + 9 \end{cases}; x(0) = 1, y(0) = 0$.

27. Найти изолированные особые точки и вычислить вычеты в них $f(z) = \frac{\sin z}{z(z-2)}$.

28. Вычислить интеграл. $\oint_{|z-i|=1.5} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}$

29. Операционным методом решить задачу Коши $y'' - y' = t^2$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

30. Решите систему с помощью преобразования Лапласа
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1; \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$$

$x(0) = 1$, $y(0) = 2$.

12.3. Краткий терминологический словарь

Асимптота, биекция, бесконечно большая величина, бесконечно малая величина,

верхняя (нижняя) грань множества, градиент функции, график функции, дивергенция, дифференциал, дифференциальный бином, граница множества, индукция, индукция математическая, интеграл (несобственный, сходящийся, неопределенный, определенный, двойной, тройной, поверхностный, криволинейный), интеграл Дарбу, интегральная сумма, иррациональное число, касательная прямая и плоскость, квадратуемые и кубуемые множества, криволинейные координаты, компакт, кривая (гладкая, спрямляемая, кусочно-гладкая), кривизна, монотонность функции и последовательности, непрерывность, норма, нормаль, область (определения функции), окрестность (проколота), оператор, остаток ряда, отображение, первообразная, последовательность и подпоследовательность, предел, производная, полином, поле (действительных, комплексных) чисел, признак (сходимости, сравнения), принцип вложенных отрезков, прообраз, равномерная непрерывность, радиус сходимости, разрыв (устранимый, неустранимый), ротор, ряд, сумма ряда, сумма Дарбу, точка (максимума, минимума, экстремума, разрыва), функция, экстремум.